3. Примеры оценивания ответов по каждому типу заданий с развернутым ответом с комментариями.
Задача 21 (демонстрационный вариант 2020 г.)

Решите уравнение $x^4 = (4x-5)^2$.

Решение.

Исходное уравнение приводится к виду:

$$\left(x^2-4x+5\right)\left(x^2+4x-5\right)=0.$$

Уравнение $x^2-4x+5=0$ не имеет корней.

Уравнение $x^2+4x-5=0$ имеет корни -5 и 1.

Ответ: -5; 1.

Критерии оценивания выполнения задания 21

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Сократите дробь $\dfrac{18^{n+3}}{3^{2n+5}\cdot 2^{n-2}}$.

Решение.

$$\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5}\cdot 2^{n-2}}=\frac{(9\cdot 2)^{n+3}}{3^{2n+5}\cdot 2^{n-2}}=\frac{3^{2n+6}\cdot 2^{n+3}}{3^{2n+5}\cdot 2^{n-2}}=3^{2n+6-(2n+5)}\cdot 2^{n+3-(n-2)}=3\cdot 2^5=96.$$

Ответ: 96.

Уточнение – «ошибка вычислительного характера» или «вычислительная ошибка» – это ошибка, допущенная при выполнении сложения, вычитания, умножения и деления. В критериях оценки выполнения задания подчеркивается тот факт, что 1 балл допускается ставить в тех случаях, когда единственная вычислительная ошибка стала причиной того, что неверен ответ.

К вычислительным ошибкам не относятся ошибки в формулах при решении квадратного уравнения, действиях с числами с разными знаками, упрощении выражений со степенями и корнями и т.д.

Пример оценивания решения задания 22

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{3}{x-1}-10=0$.

Ответ: $x=1{,}5$, $x=0{,}8$.

№: 21

$$\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{3}{x-1}^{\,x-1}-10^{\,(x-1)^2}=0$$

О.Д З.

$(x-1)^2\neq 0$

$x-1\neq 0$

$x\neq 1;$

$$\frac{1+3(x-1)-10(x-1)^2}{(x-1)^2}=0$$

$1+3x-3-10(x^2-2x+1)=0$

$1+3x-3-10x^2+20x-10=0$

$-10x^2+23x-12=0$

$D=b^2-4ac$, $D=529-480=49=\pm 7^2$

$x_1=\frac{-23+7}{-20}=1{,}5$ $\quad x_2=\frac{23-7}{-20}=\frac{-16}{20}=0{,}8$

Ответ: $1{,}5;\ 0{,}8$

***Комментарий*.**

В решении записан верный ответ. Но присутствуют в последних строках:

а) ошибка в вычислении корня квадратного уравнения;

б) ошибка при сложении чисел с разными знаками;

в) ошибка в формуле корней квадратного уравнения;

г) ошибка при делении чисел с разными знаками.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Задача 22 (демонстрационный вариант 2020 г.)

Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь. 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Решение.

Пусть искомое расстояние равно x км. Скорость лодки при движении против течения равна 4 км/ч, при движении по течению равна 8 км/ч. Время, за которое лодка доплывёт от места отправления до места назначения и обратно, равно $\left(\frac{x}{4}+\frac{x}{8}\right)$ часа. Из условия задачи следует, что это время равно 3 часам. Составим уравнение: $\frac{x}{4}+\frac{x}{8}=3$. Решив уравнение, получим $x=8$.

Ответ: 8 км.

Критерии оценивания выполнения задания 22

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Задание 22 тематически сохраняется несколько лет. Критерии его оценивания не менялись.

Пример оценивания решения задания 22

Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 700 минут.

22.

	v части забора/ч	t ч	A части забора
И+П	$\frac{1}{14}$	14	1
П+В	$\frac{1}{15}$	15	1
В+И	$\frac{1}{30}$	30	1

$$v(И+П+П+В+В+И) = \frac{1}{14} + \frac{1}{15}^{\backslash 2} + \frac{1}{30} = \frac{1}{14}^{\backslash 5} + \frac{1}{10}^{\backslash 7} = \frac{5+7}{70} = \frac{12}{70} = \frac{6}{35} \text{ (ч.з./ч)}$$

$$t = \frac{A}{v} = \frac{1}{\frac{6}{35}} = \frac{35}{6}\text{ ч} = \frac{35 \cdot 60^{10}}{6}\text{ мин} = 350 \text{ мин}$$

Ответ: 350

Комментарий.

Путь решения верный, но допущена вычислительная ошибка.

Оценка эксперта: 1 балл.

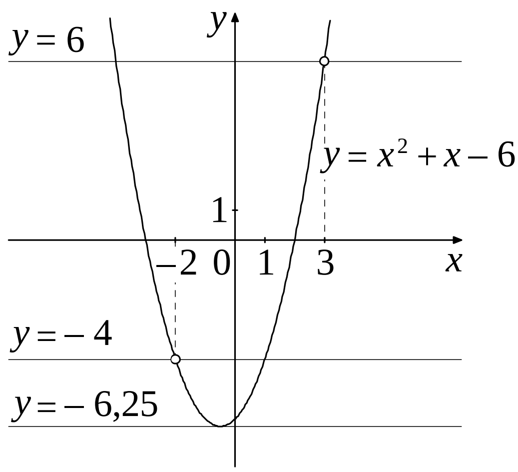
Задача 23 (демонстрационный вариант 2020 г.)

Постройте график функции $y = \dfrac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение. Разложим числитель дроби на множители:

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$$

При $x \neq -2$ и $x \neq 3$ функция принимает вид: $y = (x-2)(x+3) = x^2 + x - 6$, её график — парабола, из которой выколоты точки $(-2; -4)$ и $(3; 6)$.



Прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых — выколотая. Вершина параболы имеет координаты $(-0{,}5; -6{,}25)$.

Поэтому $c = -6{,}25$, $c = -4$ или $c = 6$.

Критерии оценивания выполнения задания 23

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Основным условием положительной оценки за решение задания является верное построение графика. Верное построение графика включает в себя: масштаб, содержательная таблица значений или объяснение построения, **выколотая точка обозначена в соответствии с ее координатами**.

Пример оценивания решения задания 23

Постройте график функции $y=\dfrac{9x+1}{9x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ: 81.

23 $y=\dfrac{9x+1}{9x^2+x}$

1) $9x^2+x\neq 0$

$x(9x+1)\neq 0$

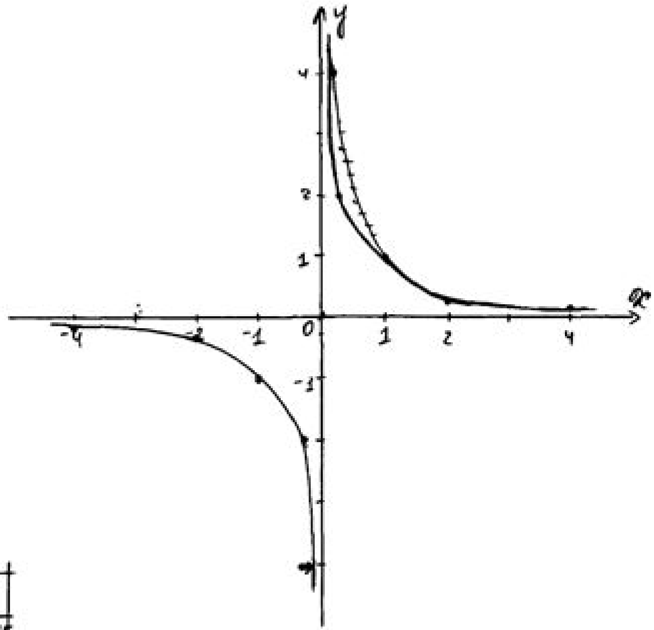
$\boxed{x\neq 0}$ $9x\neq -1$

$\boxed{x\neq -\frac{1}{9}}$

2) $y=\dfrac{\cancel{(9x+1)}}{x\cancel{(9x+1)}}$

$y=\dfrac{1}{x}$

x	1	2	−1	−2	4	−4
y	1	0,5	−1	−0,5	0,25	−0,25



3) $\dfrac{kx}{1}=\dfrac{1}{x}$

$kx^2=1$ Если $y=1$, а $x^2=\left(-\frac{1}{9}\right)^2$, то:

$k\times\left(\frac{1}{9}\right)^2=1$

$k\times\frac{1}{81}=1$

$\frac{k}{81}=\frac{1}{1}$

$k=81$ Ответ: при $k=81$

Комментарий.

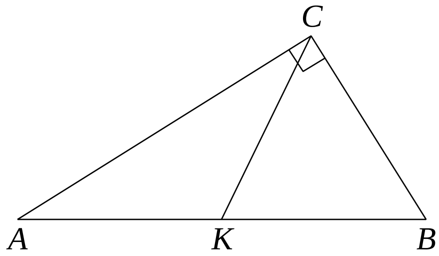
График построен неверно – отсутствует выколотая точка. В соответствии с критериями – 0 баллов.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Задача 24 (демонстрационный вариант 2020 г.)

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

Решение.



$$CK = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 + BC^2} =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{36 + 64} = 5.$$

Ответ: 5.

Критерии оценивания выполнения задания 24

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

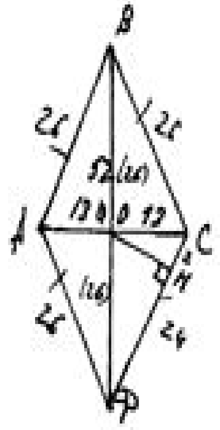
Содержательно задание 24 практически не менялось в течение нескольких лет. Критерии его оценивания сохранились.

Пример оценивания решения задания 24

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.

24.



Найти: OH-?

Решение:

1) Т.к. ABCD - ромб ⇒ AB = CD = AC = DA = 26см

2) По свойству катет AD, лежащий против ∠ 30° (∠ABD) равен ½ AB (гипотенуза) ⇒ AD = 13см. Т.к. AO = OC - диаг. ромба ⇒ AO = OC = 13 см

3) По свойству диагонали AC меньше BD в 2 раза ⇒ BD = 26·2 = 52см

4) Рассм. △ OHD - прямоугольный; по т. Пифагора:

$26^2 = 24^2 + OH^2$

$676 = 576 + OH^2$

$OH^2 = 676 - 576$

$OH^2 = 100$

$OH = 10$

Ответ: OH = 10см

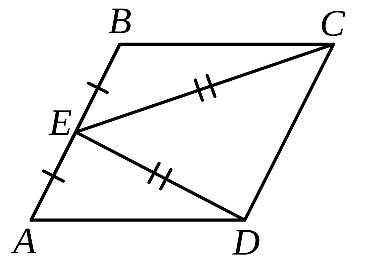
Комментарий.

Учащийся использует данные, которых нет в условии (считая острый угол ромба 60°).

Оценка эксперта: 0 баллов.

Задача 25 (демонстрационный вариант 2020 г.)

В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB. Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.



Доказательство. Треугольники BEC и AED равны по трём сторонам.

Значит, углы CBE и DAE равны. Так как их сумма равна $180°$, то углы равны $90°$. Такой параллелограмм — прямоугольник.

Критерии оценивания выполнения задания 25

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Пример оценивания решения задания 25

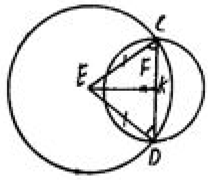
Пример.

Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D, центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD. Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF.

№25

Дано:
окр (E); окр (F)
окр $(E) \wedge$ окр $(F) = C$ и D

Док-ть: $CD \perp EF$



~~Решение~~ Доказательство

Проведём EC и ED — радиусы, тогда $EC=ED$.
$\triangle ECD$ - равнобедренный, т.к $EC=ED$ (как радиусы) $\Rightarrow \angle EDC=\angle ECD$,
$CK=KD \Rightarrow \triangle EKC=\triangle EKD$ (по 2 сторонам и углу между ними).
Тогда $\angle CEK=\angle DEK \Rightarrow EK$-биссектриса $\angle CED$. В равнобедренном треугольнике биссектриса, выпущенная из вершины, является медианой и высотой $\Rightarrow EF \perp CD$ ч.т.д.

Комментарий.

Не доказано, что точка F лежит на высоте EK.

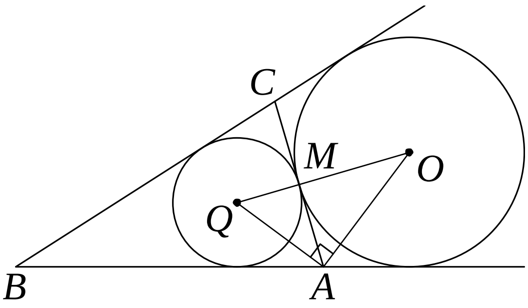
Оценка эксперта: 0 баллов.

Задача 26 (демонстрационный вариант 2020 г.)

Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

Решение.

Пусть O — центр данной окружности, а Q — центр окружности, вписанной в треугольник ABC.



Точка касания M окружностей делит AC пополам.

Лучи AQ и AO — биссектрисы смежных углов, значит, угол OAQ прямой. Из прямоугольного треугольника OAQ получаем: $AM^2 = MQ \cdot MO$. Следовательно,

$$QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{9}{2} \quad 4{,}5.$$

Ответ: 4,5.

Критерии оценивания выполнения задания 26

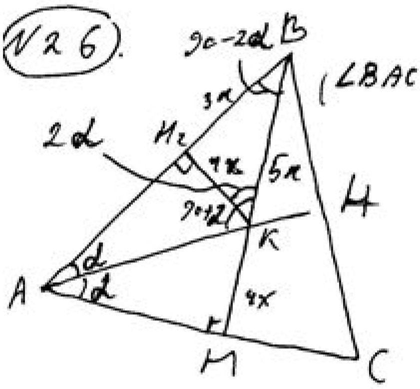
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Пример оценивания решения задания 26.

Биссектриса угла A, треугольника ABC делит высоту BH в отношении 5:4, считая от вершины. BC равно 6. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 5.

№26.



(∠BAC=2α) опустим из K на AB высоту

Она равна KH т/к AC биссект.

∠AKB = 90+α как внеш K

ΔAKH => ∠ABK = 9-2α =>

∠BKH = 2α по т пифагора

$H_2B = 3x \ (\sqrt{4x^2+5x^2} = \sqrt{9x^2} = 3x)$ =>

$\sin 2\alpha = \frac{3}{5}$

по т синусов $\frac{a}{\sin a} = 2R$ => $\frac{BC}{\sin 2\alpha} = 2R$ =>

$R = \frac{6}{\frac{6}{5}} = 5$

Ответ: R = 5

***Комментарий*.**

При правильном ответе решение содержит более одной ошибки и описки.

Оценка эксперта: 0 баллов.

4. Материалы для практических занятий по оценке выполнения заданий с развернутым ответом

4.1. Задание 21.

Пример 1.

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{3}{x-1}-10=0$.

Ответ: $x=1{,}5$, $x=0{,}8$.

21) $\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{3}{x-1}^{(x-1}-10^{(x-1)(x-1)}=0$; $\frac{1}{(x-1)(x-1)}+\frac{3(x-1)}{(x-1)(x-1)}-\frac{10(x-1)(x-1)}{(x-1)(x-1)}=0$;

$1+3(x-1)-10(x-1)(x-1)=0$, если $x\neq 1$

$1+3x-3-10(x-1)^2=0$;

$-2+3x-10x^2+20x-10=0$;

$-10x^2+23x-12=0 \ |\cdot(-1)$;

$10x^2-23x+12=0$;

$D=b^2-4ac$; $D=529-4\cdot 10\cdot 12=529-480=49$

$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{23+49}{2\cdot 10}=\frac{72}{20}=3{,}6$; $x_2=\frac{23-49}{20}=-\frac{26}{20}=-1\frac{6}{20}^{(5}=-1{,}3$

Ответ: $-1{,}3$; $3{,}6$

***Комментарий*.**

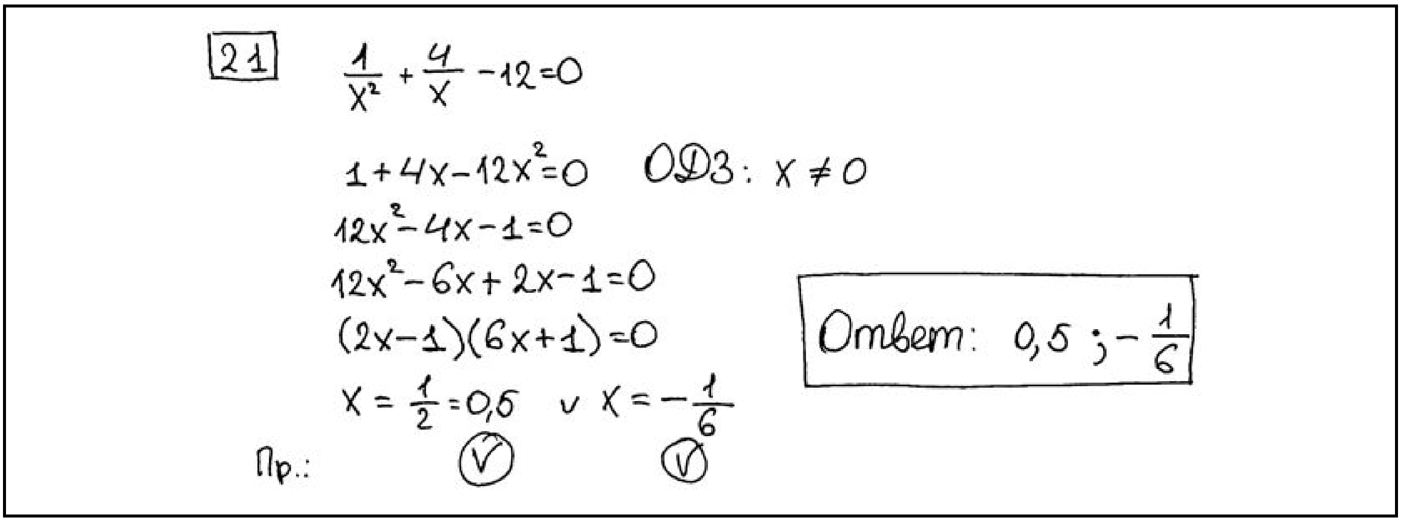
При нахождении корней квадратного уравнения допущена ошибка. При наличии общей формулы для нахождения корней квадратного уравнения, записанной верно, не извлечен корень из дискриминанта при вычислении корней.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 2.

Решите уравнение $\frac{1}{x^2}+\frac{4}{x}-12=0$.

Ответ: $x=0{,}5$, $x=-\frac{1}{6}$.



21

$\frac{1}{x^2}+\frac{4}{x}-12=0$

$1+4x-12x^2=0$ ОДЗ: $x\neq 0$

$12x^2-4x-1=0$

$12x^2-6x+2x-1=0$

$(2x-1)(6x+1)=0$

$x=\frac{1}{2}=0{,}5$ $\vee$ $x=-\frac{1}{6}$

Пр.: V V

Ответ: $0{,}5;-\frac{1}{6}$

Комментарий.

Правильно выполнены преобразования, получен верный ответ.

Оценка эксперта: 2 балла.

Пример 3.

Решите уравнение $\dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{3}{x-1}-10=0$.

Ответ: $x=1{,}5$, $x=0{,}8$.

(21) $\dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{3}{(x-1)}-10=0$

1) Пусть $(x-1)=t$, тогда:

$\dfrac{1}{t^2}+\dfrac{3}{t}^{|t}-10^{|t^2}=0$

$\dfrac{1+3t-10t^2}{t^2}=0 \qquad t^2\neq 0$

$\Rightarrow -10t^2+3t+1=0 \quad |(-1)$

$10t^2+3t-1=0$

$D=9+\overbrace{4\cdot 1\cdot 10}^{40}=49$

$\sqrt{D}=7$

$t_1=\dfrac{3+7}{20}=0{,}5$

$t_2=\dfrac{3-7}{20}=\dfrac{-1}{5}=-0{,}2$

Ответ: $-0{,}2$ и $0{,}8$.

2) $(x-1)=t$, следовательно:

- $x-1=0{,}5$

  $x=1{,}5$
- $x-1=-0{,}2$

  $x=1-0{,}2=0{,}8$

***Комментарий*.**

Все этапы решения присутствуют, корни в правом столбце найдены верно. Неверную запись ответа можно рассматривать как описку.

Оценка эксперта: 1 балл.

Пример 4.

Решите уравнение $\frac{1}{x^2}+\frac{4}{x}-12=0$.

Ответ: $x=0{,}5$, $x=-\frac{1}{6}$.

№21.

$\frac{1}{x^2}+\frac{4}{x}-12=0$

$\frac{1}{x}=t$

$t^2+4t-12=0$

$D=16+48=64$

$\begin{cases} t=\frac{-4+8}{2}=2 \\ t=\frac{-4-8}{2}=-6 \end{cases}$

$\frac{1}{x}=2$ или $\frac{1}{x}=-6$

$x=\frac{1}{2}$ или $x=-\frac{1}{6}$

Ответ: $(-\frac{1}{6};\frac{1}{2})$

***Комментарий*.**

Все этапы решения присутствуют, корни найдены верно. Неверную запись ответа свидетельствует о неверном владении символикой как при записи корней квадратного уравнения, так и при записи множества корней исходного уравнения.

Оценка эксперта: 1 балл.

4.2. Задание 22

Пример 1.

Игорь и Паша могут покрасить забор за 20 часов, Паша и Володя – за 21 час, а Володя и Игорь за 28 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 900 минут.

№22

1) Пусть работа, которую нужно сделать во всех случаях равна 1.

2) Пусть производительность труда Игоря - x, Паши - y, а Володи - z

3) Тогда: производительность труда Игоря и Паши = $x+y=\frac{1}{20}$,

Паши и Володи - $y+z=\frac{1}{21}$ (часа)

Володи и Игоря - $z+x=\frac{1}{28}$ (часа)

4) Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=\frac{1}{20} \\ y+z=\frac{1}{21} \\ z+x=\frac{1}{28} \end{cases}$$

$x = \frac{1}{20} - y$

$z = \frac{1}{21} - y$

$\frac{1}{20} - y + \frac{1}{21} - y = \frac{1}{28}$

$-2y = \frac{1}{28} - \frac{1}{20} - \frac{1}{21}$

$-2y = \frac{15 - 20 - 21}{420}$

$-2y = \frac{-26}{420}$

$y = \frac{13}{420}$

$x = \frac{1}{20} - \frac{13}{420}$

$x = \frac{21}{420} - \frac{13}{420}$

$x = \frac{8}{420}$

$z = \frac{1}{21} - \frac{13}{420}$

$z = \frac{20}{420} - \frac{13}{420}$

$z = \frac{7}{420}$

5) Таким образом производительность всех мальчиков:

$\frac{8}{420} + \frac{7}{420} + \frac{13}{420} = \frac{28}{420}$ - в час, а в минуту: $\frac{28}{420\cdot 60}$

6) Время за которое она выполнят работу:

$1 : \frac{28}{420\cdot 60} = \frac{420\cdot 60}{28} = \frac{60\cdot 60}{4} = 900$ минут

Ответ: за 900 минут мальчики прокрасят забор, работая в троём.

Комментарий.

Ход решения верный, ответ верный.

Оценка эксперта: 2 балла.

Пример 2.

Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 700 минут.

№22

$$И+П=14$$
$$П+В=15$$
$$В+И=30$$

$$\begin{cases} x+y=\frac{1}{14} \\ y+z=\frac{1}{15} \\ z+x=\frac{1}{30} \end{cases} \qquad \begin{cases} x+y=\frac{1}{14} \\ y=\frac{1}{15}-z \\ x=\frac{1}{30}-z \end{cases}$$

$$\frac{1}{15}^{\,12}-z+\frac{1}{30}-z=\frac{1}{14}$$
$$-2z+\frac{3}{30}=\frac{1}{14}$$
$$-2z=\frac{1}{14}-\frac{3}{30}$$
$$-2z=\frac{30-42}{420}$$

$$2z=\frac{12}{420}$$
$$z=\frac{12}{420}:2=\frac{12}{420}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{70}$$
$$y=\frac{1}{15}-\frac{1}{70}=\frac{70-15}{1050}=\frac{55}{1050}$$
$$x=\frac{1}{30}-\frac{1}{70}=\frac{70-30}{2100}=\frac{40}{2100}=\frac{4}{210}$$
$$\frac{1}{70}+\frac{55}{1050}+\frac{4}{210}=\frac{7}{210}+\frac{55}{1050}=\frac{1}{30}+\frac{55}{1050}=\frac{1050+1650}{31500}=$$
$$=\frac{2700}{31500}=\frac{27}{315}\ (ч)$$
$$\frac{27}{315}\cdot\frac{60}{1}=\frac{1620}{315}=5\frac{45}{315}=5\frac{1}{7}\ (минут)$$

Ответ: $5\frac{1}{7}$ (минут)

Комментарий.

Логическая ошибка – выпускник перепутал производительность и время.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 3.

Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 700 минут.

№ 22. ~~Пусть~~.

Найти: $\frac{1}{x+y+z}$.

	Мощн. Произв	Время	Работа
Игорь	x	$\frac{1}{x}$	1
Паша	y	$\frac{1}{y}$	1
Володя	z	$\frac{1}{z}$.	1

1) $\begin{cases} \frac{1}{x+y}=14; \\ \frac{1}{y+z}=15; \\ \frac{1}{x+z}=30; \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=\frac{1}{14} \\ y+z=\frac{1}{15} \\ x+z=\frac{1}{30} \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=\frac{1}{14} \\ y=\frac{1}{15}-z \\ x=\frac{1}{30}-z. \end{cases}$

2) $\frac{1}{15}-z+\frac{1}{30}-z=\frac{1}{14}$, $\frac{3}{30}-2z=\frac{1}{14}$, $2z=\frac{3}{30}-\frac{1}{14}$, $2z=\frac{1}{10}-\frac{1}{14}$, $2z=\frac{4}{140}$; $2z=\frac{1}{35}$, $z=\frac{1}{70}$.

3) $y=\frac{1}{15}-\frac{1}{70}=\frac{70-15}{1050}=\frac{55}{1050}=\frac{11}{210}$

4) $x=\frac{1}{30}-\frac{1}{70}=\frac{7-3}{210}=\frac{4}{210}=\frac{2}{105}$

5) $\frac{1}{x+y+z}=\frac{1}{\frac{1}{70}+\frac{11}{210}+\frac{2}{105}}=\frac{1}{\frac{3+11+4}{210}}=\frac{210}{18}=\frac{70}{6}$

В 1 часе 60 минут, тогда $\Rightarrow \frac{70}{6}\cdot 60=700$ мин.

Ответ: 700 мин.

Комментарий.

Ход решения верный, ответ верный.

Оценка эксперта: 2 балла.

Пример 4.

Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 700 минут.

22

p	t	A
$x+y$	$\frac{1}{x+y}$	1
$y+z$	$\frac{1}{y+z}$	1
$z+x$	$\frac{1}{z+x}$	1

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y}=14 \\ \frac{1}{y+z}=15 \\ \frac{1}{z+x}=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=\frac{1}{14} \\ y+z=\frac{1}{15} \\ z+x=\frac{1}{30} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{1}{14}-x \\ \frac{1}{14}-x+\left(\frac{1}{30}-x\right)=\frac{1}{15} \quad (*) \\ z=\frac{1}{30}-x \end{cases}$$

$$* \quad \frac{1}{14}-x+\frac{1}{30}-x=\frac{1}{15}$$

$$-2x=\frac{1}{15}-\frac{1}{30}-\frac{1}{14}$$

$$-2x=\frac{1}{3\cdot5}-\frac{1}{2\cdot3\cdot5}-\frac{1}{7\cdot2}$$

$$-2x=\frac{14-7-15}{2\cdot3\cdot5\cdot7}$$

$$-2x=\frac{-8}{2\cdot3\cdot5\cdot7}$$

$$x=\frac{4}{2\cdot3\cdot5\cdot7}$$

$$y=\frac{1}{2\cdot7}-\frac{4}{2\cdot3\cdot5\cdot7}=\frac{11}{2\cdot3\cdot5\cdot7}$$

$$z=\frac{1}{2\cdot3\cdot5}-\frac{4}{2\cdot3\cdot5\cdot7}=\frac{3}{2\cdot3\cdot5\cdot7}$$

$$\frac{1}{x+y+z}=\frac{1}{\frac{4}{2\cdot3\cdot5\cdot7}+\frac{11}{2\cdot3\cdot5\cdot7}+\frac{3}{2\cdot3\cdot5\cdot7}}=\frac{2\cdot3\cdot5\cdot7}{18}=\frac{35}{2}=17.5 \text{ ч}$$

$= 1050$ мин

Ответ 1050 мин

***Комментарий*.**

Вычислительная ошибка на последнем шаге.

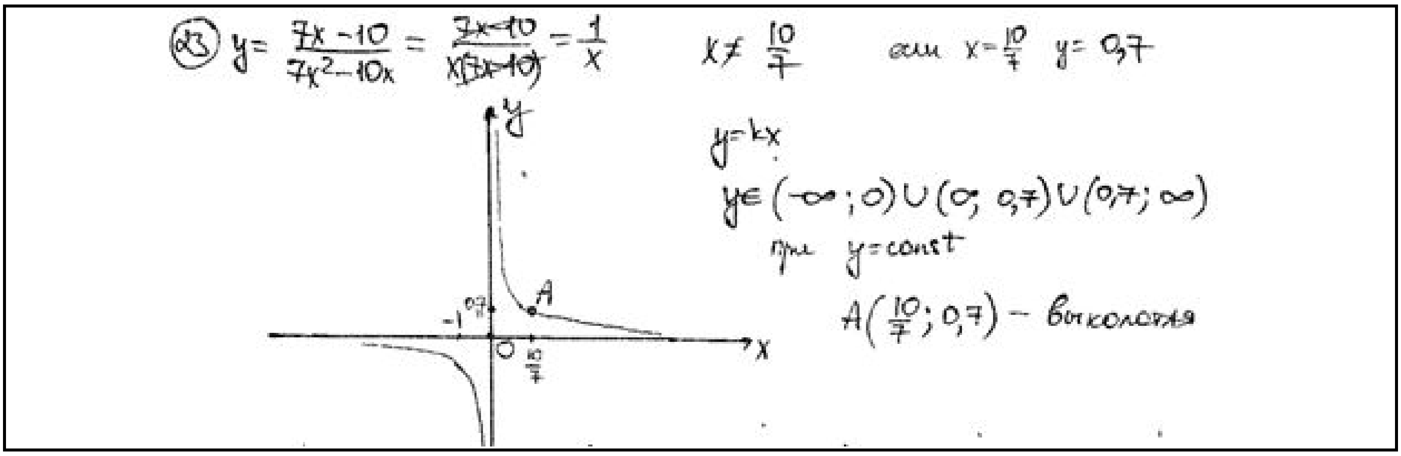
Оценка эксперта: 1 балл.

4.3. Задание 23

Пример 1.

Постройте график функции $y=\dfrac{7x-10}{7x^2-10x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ: 0,49.



***Комментарий*.**

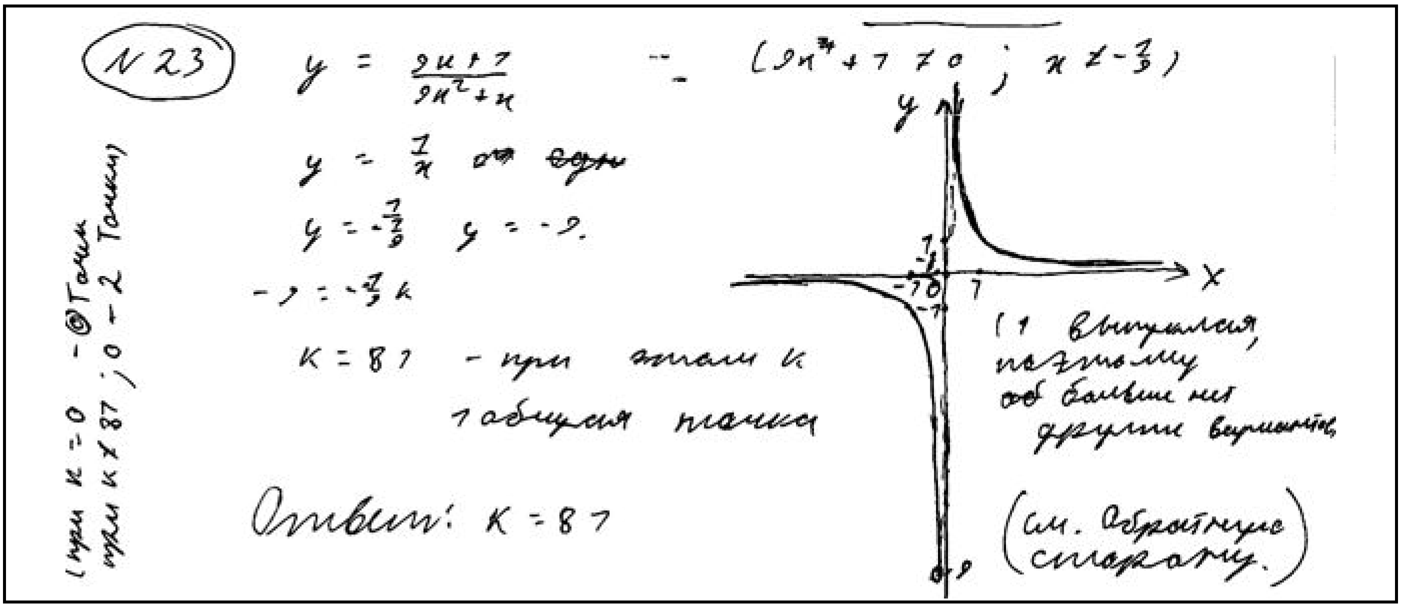
Форма графика соблюдена, выколотая точка обозначена верно. Вторая часть задания не выполнена.

Оценка эксперта: 1 балл.

Пример 2.

Постройте график функции $y = \dfrac{9x+1}{9x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ: 81.



Комментарий.

Форма графика соблюдена, выколотая точка обозначена верно. Вторая часть задания выполнена верно.

Оценка эксперта: 2 балла.

Пример 3.

Постройте график функции $y=\dfrac{9x+1}{9x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ: 81.

№ 23

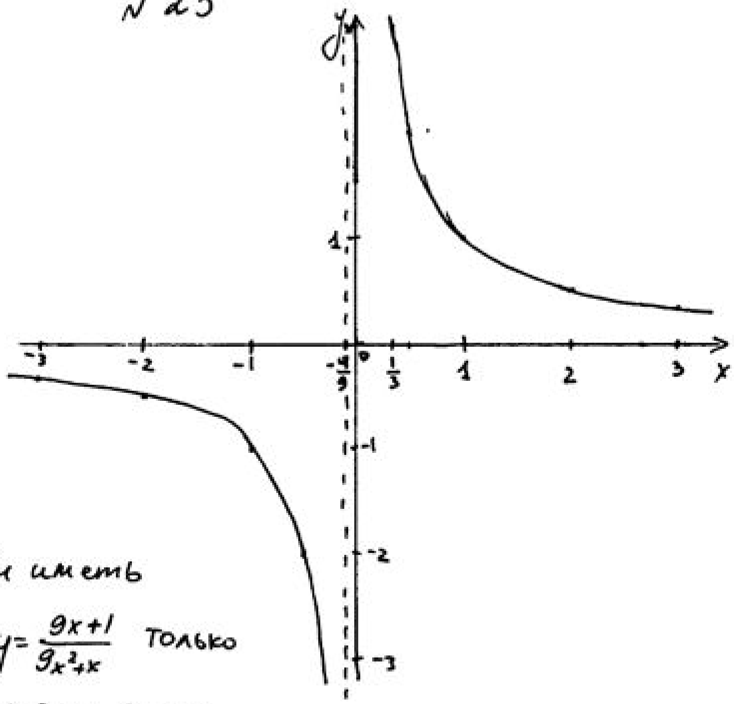
$y=\dfrac{9x+1}{9x^2+x}$

$y=\dfrac{9x+1}{x(9x+1)}$

$D(y)\in R\setminus\{0;-\frac{1}{9}\}$

$y=\dfrac{1}{x}$

$E(y)\in R\setminus\{0;-9\}$



Для того, чтобы иметь с графиком ф-ии $y=\dfrac{9x+1}{9x^2+x}$ только 1 (•) пересечение график ф-ии $y=kx$ должен проходить через выколотую точку, имеющую координаты $(-\frac{1}{9};-9)$.

Подставим эти значения и найдем k.

$-9=k\cdot(-\frac{1}{9})\ |\cdot(-9)$

$k=81.$

Ответ: 81.

Комментарий.

Несмотря на описание, по данному рисунку нельзя судить о верности графика.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 4.

Постройте график функции $y = \dfrac{9x+1}{9x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ: 81.

23. $y = \frac{9x+1}{9x^2+x} = \frac{\cancel{9x+1}\ 1}{x(\cancel{9x+1})} = \frac{1}{x}$.

Графиком данной функции является гипербола.

ОДЗ:

$9x^2+x \neq 0.$

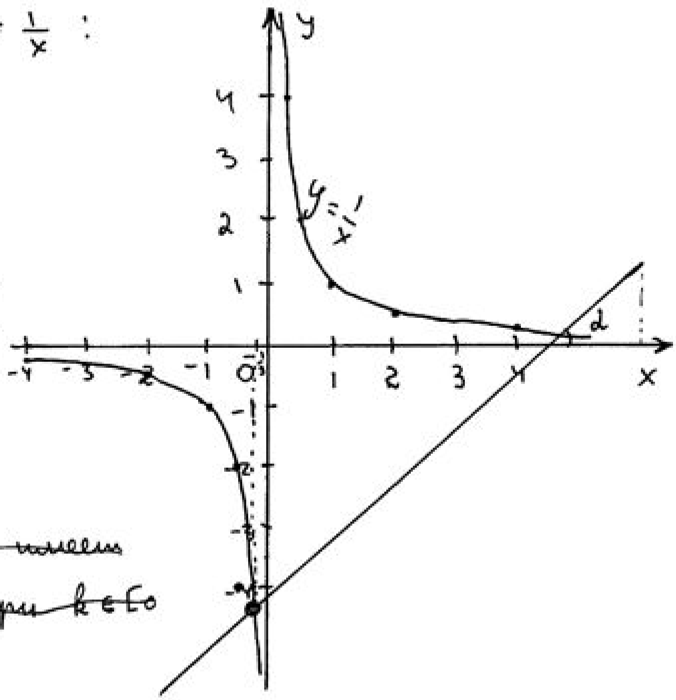
$x(9x+1) \neq 0$

$x \neq 0 \quad 9x \neq -1$

$x \neq -\frac{1}{9}.$

Построим график функции $y = \frac{1}{x}$:

x	1	2	4	-1	-2	-4
y	1	0,5	0,25	-1	-0,5	-0,25



~~прямая $y=kx$ имеет одну общую точку при $k \in [0$~~

Комментарий.

График построен верно. Наличие некоторой прямой на графике, не может быть поводом для снижения баллов за построение графика.

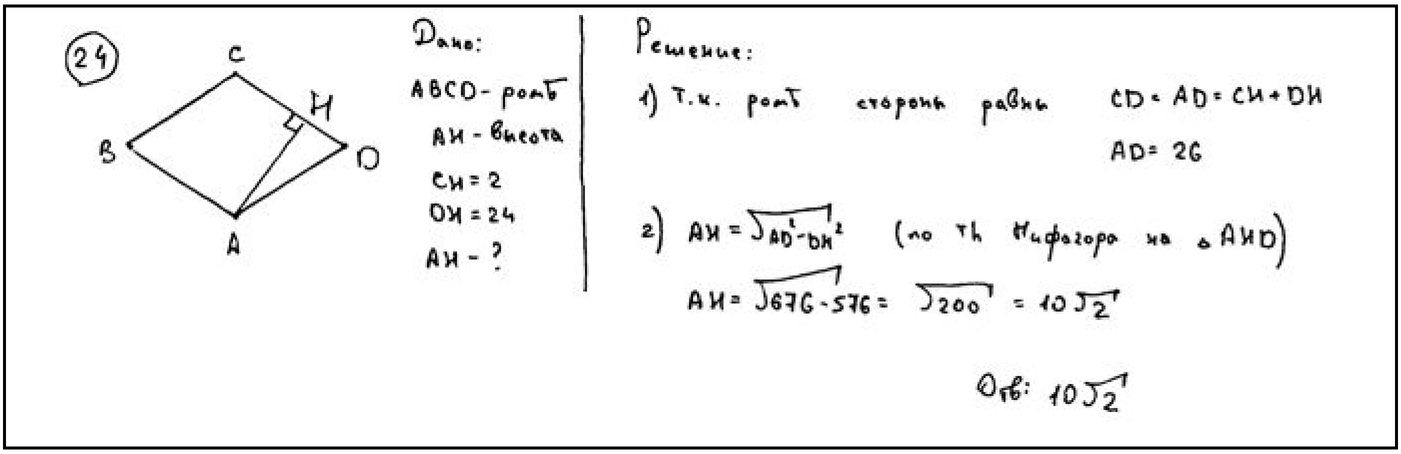
Оценка эксперта: 1 балл.

4.4. Задание 24

Пример 1.

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.


24

Дано:
ABCD - ромб
AH - высота
CH = 2
DH = 24
AH - ?

Решение:
1) т.к. ромб стороны равны CD = AD = CH + DH
AD = 26
2) $AH = \sqrt{AD^2 - DH^2}$ (по th Пифагора на $\triangle AHD$)
$AH = \sqrt{676 - 576} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$
Отв: $10\sqrt{2}$

Комментарий.

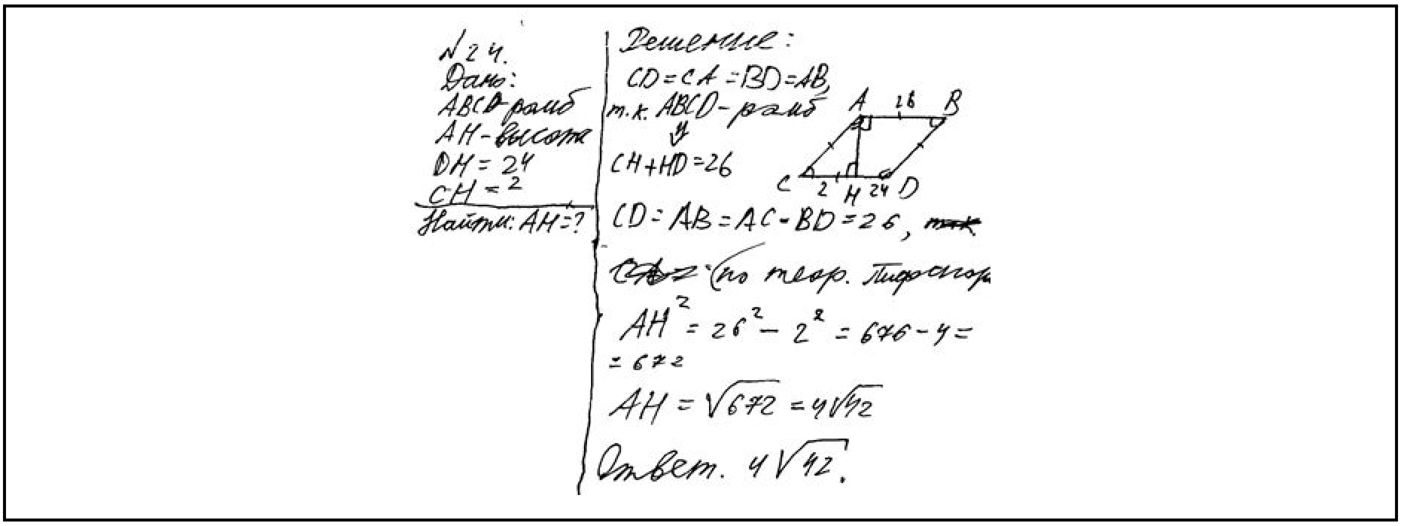
Вычислительная ошибка при вычислении разности под знаком корня.

Оценка эксперта: 1 балл.

Пример 2.

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.


№24.
Дано:
ABCD - ромб
AH - высота
DH = 24
CH = 2
Найти: AH = ?

Решение:
CD = CA = BD = AB,
т.к. ABCD - ромб
$\Downarrow$
CH + HD = 26
CD = AB = AC = BD = 26, ~~так~~
~~CH~~ (по теор. Пифагора
$AH^2 = 26^2 - 2^2 = 676 - 4 =$
$= 672$
$AH = \sqrt{672} = 4\sqrt{42}$
Ответ. $4\sqrt{42}$.

Комментарий.

Учащийся решает свою задачу: не учтен порядок расположения отрезков.

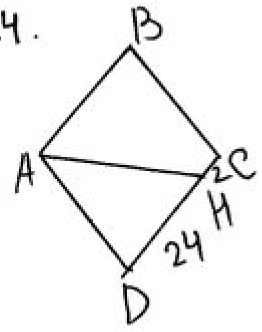
Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 3.

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.

24.



Т.к. у ромба все стороны равны, то $AB = BC = CD = DA = 26$. Тогда $AH^2 = AD^2 - DH^2 =$
$= 676 - 576 = 100 = 10^2$.

Ответ: $AH = 10$.

***Комментарий*.**

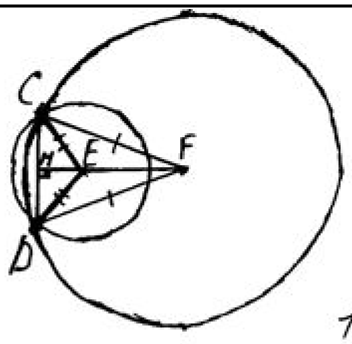
Задача выполнена верно, не смотря на изображение перпендикуляра *AH*.

Оценка эксперта: 2 балла.

4.5. Задание 25

Пример 1.

Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D, центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD. Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF.



Дано: C и D - точки пересечения окружностей;
E и F по одну сторону от CD.
Док-ть: CD ⊥ EF

Док-во:

1) Проведём радиусы CE; ED; CF и FD.
2) Рассмотрим тр-к CDE. Радиусы равны =>
=> тр-к равнобедренный.
3) Проведём медиану EM. В равнобедренном тр-нике медиана, проведённая к основанию явл. высотой => EM - высота.
4) Рассмотрим тр-к CFD. Радиусы равны =>
=> тр-к равнобедренный => медиана, проведённая к основанию явл. высотой. =>
=> FM - медиана и высота.
5) Высоты EM и FM лежат на одной прямой с отрезком FE; Основание CD лежит на прямой CD.
6) Так как высоты тр-ников ⊥ к основанию CD и лежат на одной прямой с EF, то EF ⊥ CD.

ч.т.д.

***Комментарий*.**

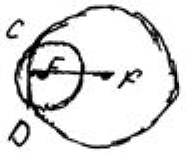
Неточность в обосновании (см. пункт 5)

Оценка эксперта: 1 балл.

Пример 2.

Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D, центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD. Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF.

№25



Дано: окружность с центром в точке E, окружность с центром в точке F, точки C, D - точки пересечения окружностей

Доказать: $EF \perp CD$

~~1) рассмотрим треугольник CFD.~~

2) Пусть пересечение EF и CD - K, а пересечение с окружностью

3) Так как центры окружностей находятся на одной прямой, CD их общая хорда, а ~~EF~~ FL - радиус одной из окружностей, то FK делит CD пополам.

4) Рассмотрим треугольник CFD, FK - медиана CD,

5) FD = FC, т.к. они являются радиусами окружности

6) следовательно $\triangle$ CFD - равнобедренный, следовательно FK также является высотой, следовательно $EF \perp CD$

***Комментарий*.**

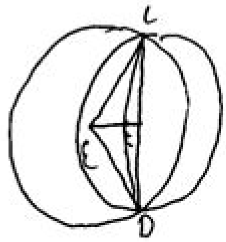
Не доказано, почему FH делит CD пополам.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 3.

Две окружности с центрами *E* и *F* пересекаются в точках *C* и *D*, центры *E* и *F* лежат по одну сторону относительно прямой *CD*. Докажите, что прямая *CD* перпендикулярна прямой *EF*.

2 5.



Дано: окр. с ц. E, окр. с ц. F

окр. пересекаются в C и D;

Док-ть: $CD \perp EF$

Док-во.

1). Проведем радиусы EC, ED, FC, FD

EC = ED (радиусы) => E равноудалено от C и D

FC = FD (радиусы) => F равноудалена от C и D

=> EF – сер. перпендикул. к CD => $EF \perp CD$

Комментарий.

Классическое доказательство данного факта.

Оценка эксперта: 2 баллов.

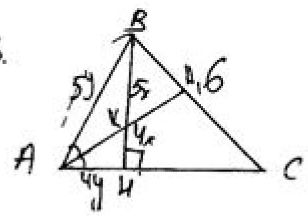
4.6. Задание 26

Пример 1.

Биссектриса угла *A*, треугольника *ABC* делит высоту *BH* в отношении 5:4, считая от вершины. *BC* равно 6. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 5.

Б26.



Дано: $\triangle ABC$, бис $\angle A$ делит BH (5:4), $BC=6$

Найти: R.

Б26. AA_1 - бис $\Rightarrow \frac{AB}{BK} = \frac{AH}{HK} = \frac{5}{4}$ $AB=5y$, $AH=4y$ $\Rightarrow BH=3y$ и $BH=9x$

$9x=3y$ $3x=y$ $2R = \frac{a}{\sin\angle A} = \frac{BC}{\sin\angle A} = \frac{6}{\sin\angle A}$ $\sin\angle A = \frac{3y}{5y} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

***Комментарий*.**

Решение незаконченное: формула для нахождения радиуса выписана, все компоненты найдены, но не получен итоговый результат.

Оценка эксперта: 1 балл.

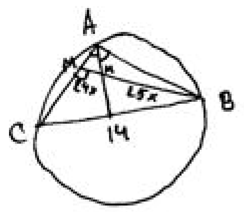
Пример 2.

Биссектриса *A*, треугольника *ABC* делит высоту *BH* в отношении 25:24, считая от вершины. *BC* равно 14. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 25.

26.

Дано:
AH – биссектриса
$\frac{HM}{BH} = \frac{24}{25}$
$BC = 14$
Найти:
R



Решение:
AH – биссектриса (по условию)
$\Downarrow$
$\frac{AM}{AB} = \frac{MH}{BH} = \frac{24}{25}$

Пусть $AM = 24y$, тогда
$AB = 25y$
$\Downarrow$
$MB = 7y$ (по теореме Пифагора)
$\Downarrow$
$\sin\angle A = \frac{7}{25}$
$\Leftarrow$
$2R = \frac{CB}{\sin\angle A} = \frac{14}{\frac{7}{25}} = 50$
$\Downarrow$
$R = 25$

Ответ: 25.

Комментарий.

Решение верное.

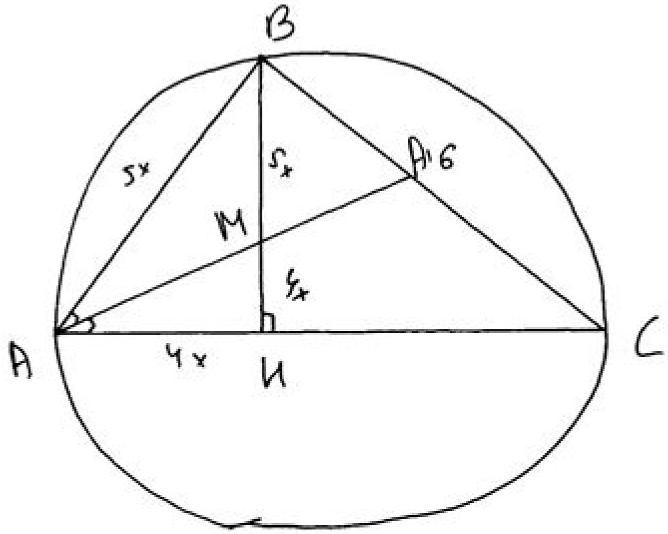
Оценка эксперта: 2 балла.

Пример 3.

Биссектриса угла *A*, треугольника *ABC* делит высоту *BH* в отношении 5:4, считая от вершины. *BC* равно 6. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 5.

26.



Дано:

Окр$(O;R)$

$\triangle ABC$

$BC = 6$

AA_1 – биссектриса

BH – высота.

$BM : MH = 5:4$.

Найти:

R

Решение:

$$R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{\cancel{6}^{\,3}}{\cancel{2}\sin A} = \frac{3}{\sin A}.$$

1. Рассмотрим $\triangle ABH$:

$$\sin A = \frac{BH}{AB} = \frac{9x}{AB} = \frac{9\cancel{x}}{5\cancel{x}} = 1{,}8$$ (т.к. AM делит основание, в том же отношении, что и боковые стороны) ⇒

$$\Rightarrow R = \frac{3}{\sin A} = \frac{3}{1{,}8} = 1\tfrac{2}{3}$$

Ответ: $R = 1\tfrac{2}{3}$.

***Комментарий*.**

Логическая ошибка, неверно применено свойство биссектрисы.

Оценка эксперта: 0 баллов.

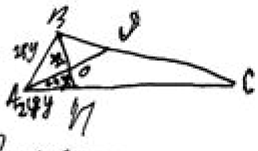
Пример 4.

Биссектриса *A*, треугольника *ABC* делит высоту *BH* в отношении 25:24, считая от вершины. *BC* равно 14. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 25.

Дано:
△ABC
BH – высота
AO – биссектриса
BC = 14
BO : OH = 25x : 24x
R – ?

2 6.



Решение:

1) $\frac{AB}{AH} = \frac{BO}{OH} = \frac{24(y)}{25(y)}$ – свойство биссектрисы в △ABH

2) △ABH – прямоугольный =>
$\cancel{25y^2} = AB^2 = AH^2 + BH^2$ (Пифагор) =>
$25y^2 = 24y^2 + (49x)^2 \Rightarrow 49y^2 = (49x)^2 \Rightarrow y^2 = 49x^2$
$\Rightarrow y = 7x$

3) $\sin\angle BAH$ в △BAH $= \frac{BH}{AB} = \frac{49x}{25y} = \frac{49x \cdot 7}{7x \cdot 25} = \frac{7}{25}$

4) $2R = \frac{BC}{\sin A}$ (следствие из теоремы синусов) =>
$2R = \frac{14}{\frac{7}{25}} \Rightarrow 2R = 50 \Rightarrow R = 100$ Ответ: R=100

***Комментарий*.**

Вычислительная ошибка.

Оценка эксперта: 1 балл.