

Построение и преобразование графиков функций

Дробно-линейную функцию можно привести к виду:

$$y = n + \frac{k}{x+m}, \text{ где } m = \frac{d}{c}, n = \frac{a}{c}.$$

Таким образом, график дробно-линейной функции — это **гипербола**, которую можно получить **сдвигом** гиперболы $y = \frac{k}{x}$ на $-m$ единиц вдоль оси Ox и на n единиц вдоль оси Oy

График функции $y = \frac{x+1}{x-2}$,

$x \neq 2$.

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{x-2} &= \frac{x-2+2+1}{x-2} = \\ &= \frac{x-2}{x-2} + \frac{3}{x-2} = \frac{3}{x-2} + 1. \end{aligned}$$

График $y = \frac{x+1}{x-2}$ или

$$y = \frac{3}{x-2} + 1$$

получается путём сдвига на 2 единицы вправо вдоль оси Ox и на 1 единицу вверх вдоль оси Oy ($x \neq 2$)

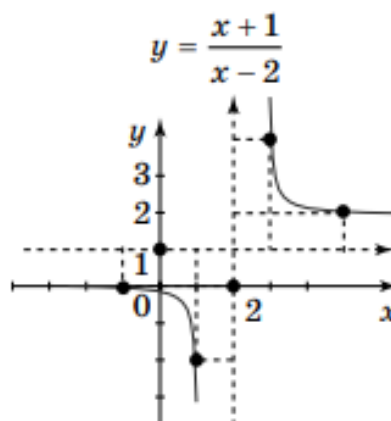


График функции $y = \frac{-2x}{x+1}$,
 $x \neq -1$.

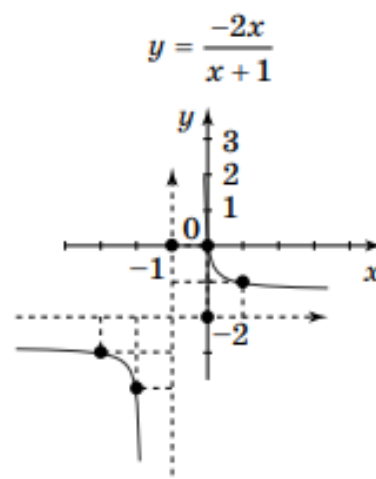
$$\begin{aligned} \frac{-2x}{x+1} &= \frac{-2x-2+2}{x+1} = \\ &= \frac{-2(x+1)}{x+1} + \frac{2}{x+1} = \frac{2}{x+1} - 2. \end{aligned}$$

То есть график $y = \frac{-2x}{x+1}$ или

$$y = \frac{2}{x+1} - 2$$

получается из графика $y = \frac{2}{x}$ путём сдвига по

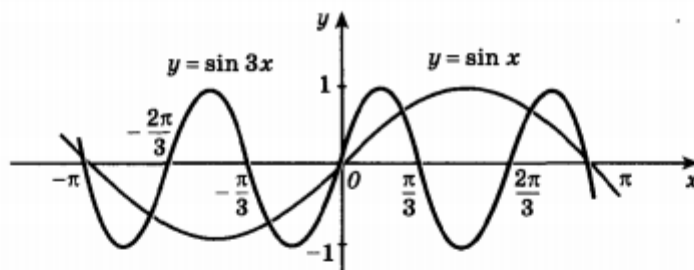
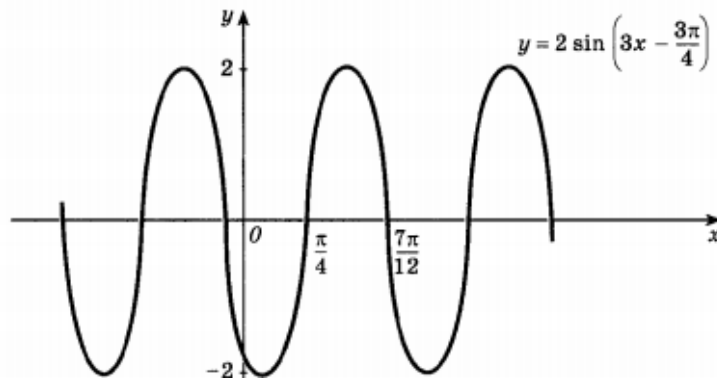
оси Ox на 1 единицу влево и по оси Oy на 2 единицы вниз



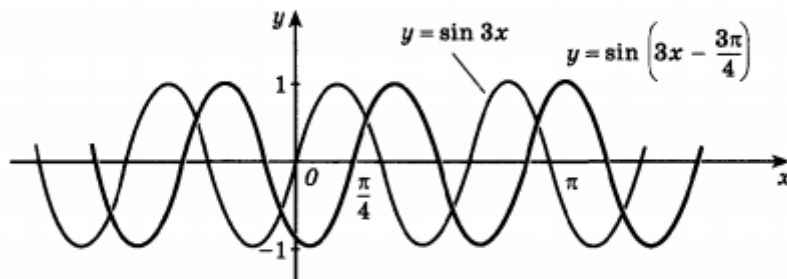
Рассмотрим график функции $f(x) = 2 \sin\left(3x - \frac{3\pi}{4}\right)$.

Он получается при помощи следующей последовательности преобразований:

а) сжатием графика функции $y = \sin x$ в 3 раза вдоль оси абсцисс получаем график функции $y = \sin 3x$



б) переносом графика функции $y = \sin 3x$ на вектор $\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$ получаем график функции $y = \sin 3\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, т. е. $y = \sin\left(3x - \frac{3\pi}{4}\right)$



в) растяжением графика $y = \sin\left(3x - \frac{3\pi}{4}\right)$ в 2 раза вдоль оси ординат получаем график функции $y = 2 \sin\left(3x - \frac{3\pi}{4}\right)$

